CONCEPTOS Y DEFINICIONES BASICAS

La palabra ESTADISTICA puede tener distíntos significados dependiendo del uso que se le esté dando.

a) ***ESTADISTICA puede ser un dato numérico que es uno de sus usos más utilizado. Por ejemplo, la tasa de desempleo de una economía, el número de accidentes de tránsito en un mes, la tasa de crecimiento poblacional de un país, etc,.***
b) ***ESTADISTICA puede referirse a la medida de una característica de una muestra. Por ejemplo, la media muestral, la desviación estándar muestral, la proporción muestral, etc,.***
c) ***ESTADISTICA se refiere a un área de estudio o disciplina académica.***

Def. Estadística.

Es la ciencia que trata de los datos observados. Consiste en la recolección, clasificación, resumen, organización, interpretación y análisis de esos datos a los fines de facilitar el proceso de toma de decisiones.

Datos Numéricos.

¿cómo se obtienen los datos númericos? En general los datos se obtienen mediante la medida de una CARACTERISTICA o PROPIEDAD de los objetos de interés (personas o cosas). Los objetos sobre los cuales realizamos las medidas se denominan UNIDADES EXPERIMENTALES U OBSERVACIONES.

Def. Variable.

Es una característica de la población o de la muestra y que varia de una observación a la otra. Por ejemplo, las notas obtenidas por los estudiantes de una clase, es una variable que varia de estudiante a estudiante porque no todos obtienen la misma nota.
Los valores de la variable son las posibles observaciones de las variables. En el caso de un examen esos valores pueden estar entre 0 y 100 puntos.

Def. Dato Numérico.
Son los valores observados para una variable particular. En el caso del examen mencionado antes, podiamos tomar las notas de cinco estudiantes de la clase y observarlas: 70, 85, 50, 63 y 90.
Cuando se tiene una meta X a lograr, existirán numerosos cursos de acción para lograr la misma, por lo tanto, se tiene que evaluar la información obtenida a partir de los datos para elegir el curso de acción que resulte en el mayor beneficio para obtener la meta deseada.
Cuando los datos iniciales son apropiados, existirá una mayor probabilidad de tener éxito al tomar la decisión.

Clasificación de los datos: { Cualitativos y Cuantitativos }

Las variables CUALITATIVAS arrojan repuestas categóricas, en tanto que las variables CUANTITATIVAS producen repuestas numéricas.

Ejemplos.
1. ¿posee actualmente auto? La repuesta será Si o No
2. ¿cuántas revistas lee mensualmente? La repuesta será 1, 2, etc,.

La diferencia fundamental es que los datos cuantitativos se pueden medir en una escal numérica para la cual el cero tiene sentido, mientras que los cualitativos no.
Por ejemplo, en el caso de los cualitativos tenemos colores, sabores, afiliación política o religiosa, gustos, etc,. En el caso de los cuantitativos tenemos el peso, la altura, edades, notas, salarios, etc,.
En resumen, los datos cuantitativos son medidas numéricas que representan un valor o cantidad acerca de la variable observada. Los datos cualitativos representan medidas no numéricas y que se refieren a una cualidad o atributo de la variable observada.

Podemos clasificar la estadística en dos grandes categorías:
{ Estadística Descriptiva e Inferencia Estadística }
La Estadística Descriptiva se ocupa de organizar, resumir y presentar los datos en una forma conveniente e informativa. La Estadística Inferencial es un método utilizado para sacar conclusiones o inferencias acerca de alguna característica de la población basado en los datos de una muestra.

En el método de la inferencia estadística existen dos conceptos que son fundamentales: Población o Universo y Muestra

Población o Universo. Es el proceso de medir todos y cada uno de los miembros de un problema o situación particular considerada. Generalmente es muy grande y en la mayor parte de las veces practicamente imposible de obtener de manera viable. No se refiere unicamente a un grupo de personas o individuos, puede ser por ejemplo, el número de neumáticos producidos por una firma durante una semana. Una medida descriptiva sobre una característica de la población se llama un PARAMETRO.
Muestra. Es un subconjunto de la población total, o sea, es cuando se observa solamente una parte de la población.
Generalmente los datos que se analizan en una determinada situación provienen de una muestra, ¿porque?. La razón principal es que tomaría mucho tiempo recopilar toda la información para la población y aún en el caso que esto fuera posible, el proceso resultaría muy costoso. Por lo tanto, las decisiones relacionadas con las características de una población deben basarse en la información que se obtiene de una muestra. En ese sentido, la teoría probabilística provee el mecanismo para determinar la probabilidad de que los resultados obtenidos a partir de la muestra reflejen de manera precisa los resultados que se obtendrian sobre la población total.

MUESTRA APLICACION DE TECNICAS ESTADISTICAS GENERALIZACION, PREDICCION SOBRE LA POBLACION

El proceso de estimar una característica de la población basado solamente en los resultados de una muestra es lo que se define como inferencia estadística.

CLASIFICACION DEL TIPO DE MUESTREO

MUESTREO NO PROBABILISTICO	*MUESTREO PROBABILISTICO*
Muestreo por juicio	*Muestreo Aleatorio Simple*

Muestreo por Cuota *Muestreo Sistemático*
Muestreo por Intervalo *Muestreo por Conglomerado*

Para la mayoria de los procesos analíticos solo existe disponible una muestra no probabilística, como la muestra por JUICIO. En este caso, la opinión de un experto en la materia es crucial para avalar los resultados obtenidos en el proceso. Algunos procedimientos no probabilísticos son el muestreo por cuota y el muestreo por intervalos.
Por otro lado, cuando se realiza una encuesta, la única forma de realizar inferencias estadísticas sobre una población a partir de una muestra e interpretar los resultados en forma probabilística, es através de una muestra probabilística. Los tipos diferentes de muestreo se ilustran en el cuadro anterior.
El método más utilizado para seleccionar una muestra a partir de una población es el Muestreo Aleatorio Simple. Para definir el método tenemos antes que establecer si la población es finita o infinita.

Muestra Aleatoria Simple (población finita). Una muestra aleatoria simple de tamaño n, seleccionada de una población N , es aquella seleccionada de tal forma que cada muestra posible de tamaño n tenga la misma probabilidad de ser seleccionada.
Para seleccionar las muestras aleatorias simples generalmente se utiliza una tabla de números aleatorios.

Muestra Aleatoria Simple (población infinita). Es aquella en que se cumplen las condiciones siguientes:

1. ***Cada elemento seleccionado se obtiene de la misma población***
2. ***Cada elemento es seleccionado de manera independiente.***

Una propiedad importante para toda muestra es la REPRESENTATIVIDAD. Muestra representativa es aquella que posee las características importantes de la población en la misma proporción en la muestra. Ejemplo,

Mujeres fumadoras están en la población en un 30%
La muestra debe tener un 30 % de mujeres fumadoras

Dado que las muestras se utilizan para estimar características de la población, la CONFIABILIDAD de los estimados es crucial. ¿porque?

Si n es pequeña mayor incertidumbre en la estimación

Error de Estimación. Es la diferencia entre la estadística muestral y el parámetro poblacional.

La estadística tiene en la actualidad múltiples aplicaciones y se utiliza en todas las áreas del conocimiento y del saber.
POLITICA. Para predecir resultados electorales
INVESTIGACION DE MERCADO. Para diseñar estratégias de mercadeo
INDUSTRIA FARMACEUTICA. La investigación sistemática utilizando el método estadístico ayuda a determinar la eficiencia de nuevos medicamentos.
CONTABILIDAD. Los métodos estadísticos son las herramientas que utiliza un auditor para calcular porcentualmente los errores en los informes financieros de las empresas.

MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL

La mayoría de los datos que se trabajan con fines analíticos muestran una tendencia a agruparse alrededor de un valor central. Las medidas que describen este tipo de datos se llaman MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL.
Tres de las medidas más importantes dentro de esta categoría son:

a) La Moda-o
b) La Media Artimética Simple (Media)
c) La mediana

A los fines de explicar esas medidas vamos a considerer dos tipos de datos: NO AGRUPADOS y AGRUPADOS. Los datos no agrupados se refieren aquellos datos que no se trabajan con miras a una distribución de frecuencia. Los datos agrupados se refieren siempre a una distribución de frecuencia.

<u>LA MODA-O</u>. Es el valor que se repite más frecuentemente que cualquier otro valor en un grupo de datos.
Podemos tener tres tipos de datos modales: existe una sola moda; existen dos modas o no existe ninguna moda.
Ej.
1, 3, 0, 3, 26, 2, 7, 4, 0, 2, 3, 3, 6, 3
Datos Ordenados: 0, 0, 1, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 4, 6, 7, 26 $M_o = 3$

Ej. 20, 16, 12, 21, 16, 23, 29, 30, 12, 35, 38
Datos Ordenados: 12, 12, 16, 16, 20, 21, 23, 29, 30, 35, 38
$M_o = 12, 16$

Ej. 3, 5, 6, 8, 9, 10, 13, 14, 17, 20, 22, 23, 25 $M_o =$ ***No existe***

<u>MEDIA ARITMETICA O MEDIA</u> .
Es la medida de tendencia central más comunmente utilizada y la más fácil de calcular.

Se calcula sumando los valores númericos observados de la variable entre el número total de valores observados.
Sea un conjunto de n observaciones $X_1, X_2, X_3, \ldots\ldots, X_n$, la media aritmética de esos datos muestrales está dada por;

$$X = \sum (X_1, X_2, X_3, \ldots\ldots, X_n) / n$$

$$X = \sum (Xi) / n$$

X- media aritmética simple de la muestra
n – número de observaciones en la muestra
(Xi) – ith observación de la variable X

Ej. 2, 4, 8, 4, 6, 2, 7, 8, 4, 3, 8, 9, 4, 3, 5

$$X = (2 + 4 + 8 + 4 + 6 + \ldots\ldots\ldots + 5) / 15$$

$$X = 77 / 15 = 5.1333$$

PROPIEDAD: $d = \sum (Xi - X) = 0$

Generalmente la media de los valores sirve para localizar la distribución, o sea, nos indica el valor alrededor del cual se agrupa el mayor número de valores.

Nota: La media aritmética se afecta mucho por los valores extremos, por lo tanto, cuando existen valores extremos que pueden afectar o invalidar la media se recomienda calcular una media aritmética recortada. Esto es, una media que se calcula eliminando aquellos valores extremos que pueden afectar el valor de esa media.

Ej. $1, 2, 4, 7, 8, 9, 12, 22$

$X = □ (X_i) / n = 65 / 8 = 8.125$ (cinco valores son < de X)

$X' = □ (X_i) / n = 43 / 7 = 6.143$ (eliminando el valor $X = 22$)

LA MEDIANA .

Es el valor que se coloca en el medio de todos los valores después de ordenarlos (en orden ascendente o descendente).
Los pasos siguientes se utilizan para calacular la MEDIANA.

a) Ordenar los datos en orden ascendente o descendente
b) Si el número de datos es impar, la MEDIANA será el valor que se coloca exactamente en el medio de los valores.
c) Si el número de datos es par, la MEDIANA sera la media aritmética de los dos valores centrales.

Para determiner la posición de la MEDIANA se utilize la siguiente relación: $(n + 1) / 2$

Ej. 15, 11, 14, 3, 21, 17, 22, 16, 19, 16, 5, 7, 19, 8, 9, 20, 4
Como este es un grupo de datos impar, después de ordenar los datos la mediana sera:

3, 4, 5, 7, 8, 9, 11, 14, 15, 16, 16, 17, 19, 19, 20, 21, 22

$$M_d = 15$$

Ej si eliminamos el # 22 de la lista entonces sera un número par de datos y la mediana sera:

$$M_d = (14 + 15) / 2 = 14.5$$

La Mediana es un valor que no se afecta por los valores extremos.

Ejercicios de práctica: Para los datos siguientes:
213, 345, 609, 073, 167, 243, 444, 524, 199, 682, 167, calcule:
a) la moda-o
b) la media aritmética
c) la mediana (valor y posición)

Conceptos Básicos de Probabilidad

Debido a que el proceso de obtener toda la información relevante a una población particular es difícil y en muchos casos imposible de obtener, se utiliza una muestra para estimar la información necesaria para la toma de decisiones.

Muestra (n) → inferencia → Población

$\bar{X} = 8$ ***estimado de*** $\mu = 7.5$

Tomemos por ejemplo una compañía como Elly Lilly de Puerto Rico. Si la empresa desea introducir un nuevo producto al mercado, sería absurdo pretender que toda la población pruebe el producto. En este caso, se da a probar el producto a una muestra de consumidores y con base a los resultados de esa muestra se decide si el producto se elabora o no.

Ahora bien, como los resultados obtenidos a partir de una muestra difieren de los resultados que se obtendrían si se observara la población total o universo, existe un riesgo al tomar la decisión. Es en este caso que se utiliza la PROBABILIDAD como una medida de riesgo.

DEFINICIONES BASICAS

Experimento. Cualquier acción cuyo resultado se registra como un dato.

Espacio Muestral (S). El conjunto de todos los posibles resultados de un experimento.

Ejemplo. Supongamos el lanzar un dado al aire y observaremos los resultados siguientes:

S = { 1, 2, 3, 4, 5, 6 }   S = { 6 }

Ejemplo. En el lanzamiento de dos monedas tenemos;

S = { HH, HT, TH, TT }   S = { 4 }

Evento. Es el resultado de un experimento.
Cuando cada evento es seleccionado al azar, el experimento se denomina aleatorio o al azar.

Evento Simple (E). Cada uno de los posibles resultados de un experimento y que no se puede descomponer.
En el caso del lanzamiento del dado, cada uno de los posibles números en la cara del dado es un evento simple.
Cuando los eventos se representan en un diagrama de Venn (ver más adelante) se denominan puntos muestrales.

Evento Compuesto. Los eventos A, B, C, etc., son eventos compuestos si se componen de dos o más eventos simples.

Ejemplos de eventos simples y compuestos

Evento simple: Lanzamiento de un dado

A = { evento que salga un # impar }
A = { 1, 3, 5 }
B = { el número sea ≤ 4 } = { 1, 2, 3, 4 }

Evento Compuesto: Lanzamiento de dos monedas

A = el evento de observar una cara
A = {HH, HT, TH, TT }

Existen varias maneras de representar un espacio muestral particular. Consideremos dos de ellas;

a) mediante una tabla de contingencia
b) mediante un diagrama de Venn

a. Tabla de Contingencia o de clasificación cruzada

En una tabla de frecuencia los datos se organizan de modo que sólo consideramos una variable a la vez. A los fines de estudiar de manera simultánea la repuesta de dos variables categóricas, se utiliza lo que se conoce como una <u>tabla de contingencia</u>. Para este tipo de tabla se establece una clasificación cruzada entre las variables analizadas. Por ejemplo, se puede relacionar mediante una tabla de contingencia las variables sexo (m, f) y el área de estudio (concentración); sexo y rango académico; ventas de productos por área geográfica y tipo de productos, etc.,

El ejemplo que se presenta a continuación clasifica las variables por rango académico y sexo.

	Rango académico				
Sexo					
	Instructor	***Auxiliar***	***Asociado***	***Profesor***	
Hombre	***100***	***170***	***80***	***50***	***400***
Mujer	***90***	***145***	***50***	***25***	***310***
	190	***315***	***130***	***75***	***710***

Pregunta, ¿puedes construir una tabla de probabilidad basado en la tabla de contingencia? Adelante!!!!!!!!!!!!

b. CONJUNTOS. Operaciones con Conjuntos

Un diagrama de Venn ayuda a visualizar un experimento. Se representa por un diagrama rectangular representando el espacio muestral S y que contiene los eventos simples marcados por $E_1, E_2, \ldots\ldots, E_6$. Como un evento A es una colección de eventos simples, los puntos muestrales de ese evento se localizan en el interior del evento A (E_2, E_3, E_6)

Unión. La unión de dos conjuntos A y B es el conjunto C que está formado por los elementos de A, de B o de ambos.

$$A \cup B = C \quad \{ x / x \text{ , } A, x \text{ , } B \text{ o } x \text{ , a ambos} \}$$

***Intersección**. La intersección de dos conjuntos A y B es el conjunto C que está formado por los elementos que pertenecen a ambos conjuntos simultáneamente.*

$$A \cap B = C \ \{ x / x , A \, y \ x , B \}$$

***Complementos**. El complemento de un conjunto A que se denota por A^c es el evento que consta de todos los resultados en el espacio muestral que no están contenidos en A.*

$$A^c = \{ x \ \in S \ x \ \notin \ A \}$$
$$A^c + A = S$$

*Si dos conjuntos A y B no tienen elementos en común, su intersección será nula o vacía. En este caso A y B se dicen eventos **mutuamente excluyentes**.*

$$A \cap B = \{ \Phi \}$$

***Técnicas de Conteo**.*

El análisis de los problemas de probabilidad se facilita a través de métodos sistemáticos de conteo de los grupos y arreglos de los datos.

Principio de Multiplicación:

Si un experimento puede describirse como una secuencia de k pasos y en cada paso hay n_1 resultados en el primer paso, n_2 resultados en el segundo paso, n_3

resultados en el tercer paso, y así sucesivamente, entonces el número de eventos que pueden ocurrir será,

$$(n_1) \bullet (n_2) \bullet (n_3) \bullet (n_4) \bullet \bullet \bullet \bullet \bullet \bullet (n_k)$$

Ejemplos.

1) Lanzar dos dados: $(n_1) \bullet (n_2) = (6) \bullet (6) = 36$

2) Suponga que se desea formar un comité de tres miembros en el cuál se elegirá un presidente, un vicepresidente y un tesorero. Hay dos candidatos para la presidencia, 4 para la vicepresidencia y 3 para el tesorero. ¿De cuántas formas se puede formar el comité?

 # de formas para escoger presidencia : 2
 # de formas para escoger vicepresidencia : 4
 # de formas para escoger el tesorero : 3
 # formas para escoger las posiciones: $2 \bullet 4 \bullet 3 = 24$

Definición de Factorial. *El simbolo n! que se lee " n factorial " se refiere al producto de todos los enteros desde n hasta 1.*

$$n! = n(n-1)(n-2)(n-3)\ldots\ldots\ldots.3.2.1$$

definición: $0! = 1$ *(cero factorial es 1)*

ejemplos; $5! = 5.4.3.2.1 \quad \therefore \quad 5! = 5.4!$

$4! = 4.3.2.1 \qquad 4! = 4.3!$

$3! = 3.2.1 \qquad 3! = 3.2!$

$2! = 2.1$

Muestras Ordenadas.

***Permutación* (P). Cada arreglo de datos donde el orden es importante y que puede realizarse tomando algunos datos o todos los datos contenidos en el grupo.**

n = # de datos   r = grupo tomado de n (r < n)

***Caso 1*. (n = r)**

$$ {}_{n}P_{n} = n! $$

Ejemplo.* *Se tienen 6 máquinas de escribir y 6 personas para operar las máquinas, ¿de cuántas maneras se pueden asignar las personas a las máquinas?

Solución: $ {}_{6}P_{6} = 6! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720 $

Ejemplo.* *¿De cuántas maneras se pueden ordenar las letras A, B, C tomándolas todas a la vez?

Solución: $ {}_{3}P_{3} = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6 $ ***[ABC, BCA, CAB, BAC, CBA, ACB]***

***Caso 2* (r < n). Muestras ordenadas sin repetición.**

En éste caso cada observación se toma una sola vez, porque la unidad después de observada no se regresa a la población de donde proviene.

$$ {}_{N}P_{n} = \frac{N!}{[N - n]!} $$

N- # de elementos diferentes disponibles (población)
n- # número de elementos tomados de N (muestra)

***Ejemplo**. Un examen de candidatura consta de 5 partes que pueden obtenerse de un total de 10 temas. ¿de cuántas maneras se pueden escoger las 5 partes?*

$${}_{10}P_5 = \frac{10!}{[10-5]!}$$

$${}_{10}P_5 = \frac{10!}{5!} = 5! = 30{,}240$$

Ejemplo.

Haga una lista de las permutaciones que pueden formarse con los #s : 1, 2, 3 y 4 tomando dos a la vez.

$${}_{4}P_2 = \frac{4!}{(4-2)!} = \frac{4 \bullet 3 \bullet 2!}{2!} = 12$$

***Muestras no ordenadas sin repetición.** Cuando el orden en que se seleccionan los objetos no importa, tenemos lo que se denomina una Combinación.*

***Combinaciones**. Número de formas diferentes que se pueden seleccionar n objetos de un total de N objetos distintos sin importar el orden (juego de póker, ej.).*

$${}_{N}C_n = N!\,/\,n!\,(N-n)!$$

Ejemplo.

Se dispone de 8 personas, 5 hombres y

3 mujeres, para formar un comité de 5 personas. ¿ de cuántas maneras se puede formar el comité si debe incluir 3 hombres y 2 mujeres?

$_{N}C_{n} = {}_{8}C_{5} = [{}_{5}C_{3}]\,[{}_{3}C_{2}] = [\,5!/3!\,(5-3)!\,]\,[\,3!/2!\,(3-2)!$

$_{N}C_{n} = {}_{8}C_{5} = [\,10\,]\,[\,3\,] = 30$

¿Qué significa la palabra probabilidad?

En general, la palabra se refiere a la posibilidad relativa de que ocurra un evento.

Ejemplos,

a) la posibilidad de seleccionar una carta de un mazo
b) la posibilidad que un producto nuevo tenga aceptación en el mercado
c) la posibilidad de que un estudiante seleccionado al azar en una clase tenga un promedio de B

Probabilidad Clásica y Probabilidad Subjetiva.

La probabilidad clásica es aquella que se toma de manera objetiva y que puede considerarse de dos maneras: a priori y a posteriori.

Probabilidad a Priori. La probabilidad de un evento A, P(A), es la medida del chance de que ese evento ocurra.

En este caso los resultados del experimento son igualmente probables. Este método fue desarrollado por Laplace.

 # de maneras que A puede ocurrir

$$P(A) = \frac{\#\text{ de maneras que A puede ocurrir}}{\#\text{ total de resultados posibles}}$$

 # total de resultados posibles

$$P(A) = \frac{A \quad \text{(eventos que corresponden a A)}}{S \quad \text{(eventos totales en el espacio muestral S)}}$$

Ejemplo. Se lanzan dos monedas al aire, ¿cuál es la probabilidad de que ambas sean cara (H)?

S = { HH, HT, TH, TT }   P (HH) = ¼

Ejemplo. Se lanzan dos dados al aire, ¿cuál es la probabilidad de que la suma sea mayor de 7?

S = { 36 } 1,1 1,2 1,3 1,4 …………… 6,1 6,2…. 6,6

$$P(\sum d > 7) = 15 / 36$$

<u>Probabilidad a posteriori</u>. En el caso que los eventos no poseen igual posibilidad de ocurrencia, el problema de asignar las probabilidades ocurre a posteriori.
El concepto de probabilidad a posteriori lo desarrolla Richard Von Mises y está basado en el principio siguiente:

Si un experimento se realiza un número grande de veces, N por ejemplo, y sea n el número de veces que ocurre un evento E. Entonces, se observa experimentalmente el

hecho de que a medida que N aumenta la relación n / M tiende a un valor estable p.
Ese valor p se llama la probabilidad de E y se escribe p(E).
El método a priori se conoce también como de frecuencia relativa y es apropiado cuando se tienen los datos para estimar la proporción del tiempo que ocurrirá el evento en el experimento si el experimento se repite un número grande de veces.

Ejemplo.
La tabla siguiente muestra el número de hornos microondas vendidos por día en una tienda de ventas al detal del área metropolitana de San Juan

# de microhondas (E)	# de días
0	15
1	48
2	25
3	22
4	10

Determinar la probabilidad de que el número de microondas que se vendan actualmente sean:
a) 3 b) menos de 2 c) más de 1 d) por lo menos 2

e) entre 1 y 3 ambos incluidos   f) exactamente 4

<u>Probalidad Subjetiva</u>. Se refiere a la probabilidad de ocurrencia de un evento basado en la experiencia previa, la opinión personal o la intuición del individuo.
En este caso después de estudiar la información disponible, se asigna un valor de probabilidad a los eventos basado en nuestro grado de creencia de que el evento puede ocurrir.

<u>Reglas Básicas de Probabilidades Para Eventos Simples.</u>

1. Ley Fundamental de Probabilidad. Una probabilidad siempre estará comprendida entre 0 y 1.

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

2. $\sum P(A) = 1$.   La suma de las probabilidades de todos los eventos simples posibles del espacio muestral es 1.

3. Ley del Complemento. Si A^c es el complemento de A, entonces,

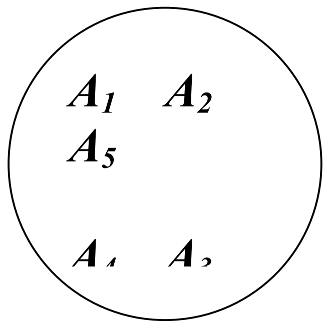
$$P(A^c) + P(A) = 1$$

$$P(A^c) = 1 - P(A)$$
$$P(A) = 1 - P(A^c)$$

<u>Definición.</u> La probabilidad de un evento A cualquiera, es igual a la suma de las probabilidades de los eventos simples contenidos en A.

Por ejemplo, si las probabilidades de A_1, A_5, A_4, A_2, A_3

son .10, .25, .05, .15, .08 respectivamente, entonces, $P(A) = 10 + .25 + .05 + .15 + .08 = .63$



Proceso Para Calcular la Probabilidad de un Evento.

1) ***Haga una lista de todos los eventos contenidos en el espacio muestral.***
2) ***Asigne la probabilidad que corresponda a cada evento simple.***
3) ***Determine los eventos simples que constituyen el evento de interés.***
4) ***Sume las probabilidades de todos los eventos simples que constituyen el evento de interés.***

<u>Regla de Suma de Probabilidades</u>

a. Eventos Mutuamente Excluyentes. Dos eventos A y B

son mutuamente excluyentes si no pueden ocurrir al mismo tiempo.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) \quad [\, P(A \cap B) = 0 \,]$$

b. Eventos No Mutuamente Excluyentes. Dos eventos A y B son no mutuamente excluyentes si ambos pueden ocurrir simultaneamente.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Probabilidad Condicional e Independencia

En muchas ocasiones la probabilidad de que ocurra un evento depende de lo que ha ocurrido con otro evento. En este caso tenemos lo que se llama probabilidad condicional.

Def. La probabilidad condicional de A, dado que ha ocurrido el evento B, se escribe P(A/B). O sea, es la probabilidad de que ocurra un evento A cuando se conoce cierta información relacionada con la ocurrencia de otro evento B.

P(A/B) probabilidad de que ocurra A dado que B ha ocurrido.
P(B/A) probabilidad de que ocurra B dado que A ha ocurrido.
$P(A/B) = P(A \cap B) / P(B)$ probabilidad condicional de A
$P(B/A) = P(A \cap B) / P(A)$ probabilidad condicional de B

$P(A \cap B)$. Es la probabilidad conjunta porque denota la intersección de dos eventos, A y B.
$P(A)$ y $P(B)$ se denominan probabilidades marginales

Eventos Independientes y Dependientes

Se dice que dos eventos son independientes si y solo si,

$$P(A/B) = P(A)$$

Se dice que dos eventos son dependientes si la ocurrencia de uno de ellos afecta la ocurrencia del otro.

$$P(A/B) \neq P(A)$$

Regla de Multiplicacion de Probabilidad

Esta regla de probabilidad se deriva de la definicion de probabilidad condicional y utiliza el concepto de interseccion de eventos para su aplicación.

a. Si A y B son eventos independientes, entonces,

$$P(A \cap B) = P(A) \bullet P(B)$$

b. Si A y B son eventos dependientes, entonces,

$$P(A \cap B) = P(B) \bullet P(A/B)$$
$$P(A \cap B) = P(A) \bullet P(B/A)$$

Ejemplos de probabilidad.

Un importador de piñas recibe un cargamento de 500 cajas de la República Dominicana. Los datos de piñas dañadas en cada caja se muestran a continuación. El cálculo de las probabilidades correspondientes se muestra en la columna (3).

(1) Evento (E) (# de piñas dañadas)	(2) # de cajas	(3) P (E)
0	385	385 / 500 = .77
1	90	90 / 500 = .18
2	14	14 / 500 = .028
3	11	11 / 500 = .022

Ejemplo de probabilidad condicional.

La tabla a continuación nos presenta el ascenso a catedráticos de los profesores de una institución durante los últimos 5 años.

Tabla de Ascenso al rango de Catedrático

	Hombres	Mujeres	Totales
Ascendido A	278	26	304
No ascendido A'	662	194	856
Totales	940	220	1,160

En la tabla de las probabilidades las probabilidades conjuntas aparecen en el interior de la tabla y las probabilidades marginales en los márgenes. Estas últimas se llaman probabilidades marginales.

Tabla de Probabilidades Conjunta

	Hombres	*Mujeres*	*Totales*
A	*.24*	*.02*	*.26*
A'	*.57*	*.17*	*.74*
Totales	*.81*	*.19*	*1.00*

A- ascendido A'- no ascendido

¿cuál es la probabilidad de que un profesor seleccionado al azar sea hombre (H) y fue ascendido?

$$P(H\square A) = 278 / 1160 = .24$$

¿cuál es la probabilidad de que un profesor seleccionado al azar sea hombre (H) y no fue ascendido?

$$P(H\square A') = 662 / 1160 = .57$$

¿cuál es la probabilidad de que un profesor seleccionado al azar sea mujer (M) fue ascendido?

$$P(M \cap A) = 26 / 1160 = .02$$

¿cuál es la probabilidad de que un profesor seleccionado al azar sea mujer (M) y no fue ascendido?

$$P(M \cap A') = 194 / 1160 = .17$$

Calculemos ahora las probabilidades condicionales.

a. probabilidad de que un profesor escogido al azar sea ascendido dado que es hombre (H)

$$P(A/H) = 278 / 940 = .30$$

Alternativamente

$$P(A \cap H) = P(H) \bullet P(A/H)$$

$$P(A/H) = \frac{P(A \cap H)}{P(H)} = .24 / .81 = .30$$

b. probabilidad de que un profesor escogido al azar sea ascendido dado que es hombre (M)

$$P(A/M) = 26 / 220$$

Alternativamente $P(A \cap M) = P(M) \bullet P(A/M)$

$$P(A/M) = \frac{P(A \cap M)}{P(M)} = .02 / .19 = .12$$

Nota. Hay una pequeña diferencia entre los dos valores debido al redondeo.

Ejercicios de Probabilidades para Solucionar

1. ***Una urna contiene 10 bolas, 6 blancas y 4 negras. Si se saca una bola al azar, ¿cuál es la probabilidad de que la bola sea blanca? Repuesta .60***

2. ***Se saca una carta de un mazo de 52 cartas,***
   a) la probabilidad de que la carta sea un rey (.071)
   b) la probabilidad que sea un As de corazón rojo (.019)
   c) la probabilidad que la carta sea negra (.5)
   d) la probabilidad que la carta sea de espada (.25)

3. ***Se saca una carta de un mazo de 52 cartas, ¿cuál es la probabilidad de que sea un As o un Rey? (.1538)***

4. ***Se saca una bola de una urna que contiene 12 bolas, 7 azules y 5 blancas, ¿cuál es la probabilidad de que sea azul o blanca***

5. ***Un individuo que entra a una farmacia tiene una probabilidad de comprar pasta dental de .45, de comprar desodorante de .35 y de comprar ambos de .25. Si ese individuo entra a la farmacia, ¿cuál es la probabilidad de que compre pasta dental o desodorante? (.55)***

6. ***Se saca una carta de un mazo de 52 cartas, ¿cuál***

es la probabilidad de que se obtenga un As o una carta roja? (.538)

7. ***En la población de Puerto Rico se ha estimado que la probabilidad de fumar es de .65 y la de fumar ocasionalmente de .20, ¿cuál es la probabilidad de no fumar para esa población?***

8. ***En una universidad 40% poseen un diploma en el idioma Francés, 30% poseen un diploma en el idioma Italiano y 10% poseen un diploma en ambos idiomas. Si se escoje un miembro de esa comunidad al azar, ¿cuál es la probabilidad de que posea un diploma de Francés o Italiano?***

9. ***Suponga que un distribuidor de autos recibe 12 nuevos modelos, 8 automáticos y 4 estándares. Si se venden cuatro autos el próximo mes, ¿cuál es la probabilidad de que los autos vendidos sean dos automáticos y dos estándares? ¿cuál es la probabilidad de que los 4 sean o automáticos o estándares? (.33) y (.1434)***

10. ***La probabilidad de que ocurra el evento A es .35, la probabilidad de que ocurra el evento B es .10. si A y B son eventos independientes, ¿cuál es la probabilidad de que ocurra el evento [P(A $\cup$B]? (.415)***

11. ***55 porciento de las personas de Puerto Rico viven en el área metropolitana de San Juan (SJMA).***

Además, 70 porciento de esas personas se sienten felices y 40 porciento de todas las personas de PR viven en el SJMA y son felices.
Demostrar si los eventos vivir en el SJMA y ser felices son eventos dependientes o independientes.

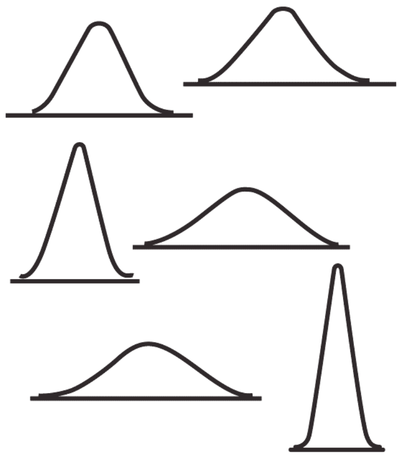
12. ***Si los eventos A y B son mutuamente excluyentes y si $P(A) = .30$ y $P(B) = .45$, determinar $P(A \cup B)$ y $P(A / B)$***

13. ***El 50% de las personas de una comunidad poseen una cámara digital y una computadora. Además, 30% posee una computadora y 40% una cámara digital. ¿Cuál es la probabilidad que si seleccionamos una persona al azar posea una cámara o una computadora?***

LA DISTRIBUCION NORMAL

¿Qué es la distribución normal?

Consiste de una familia de distribuciones que tienen la misma forma general. En muchas ocasiones se describen como distribuciones acampanadas. Son distribuciones simétricas con valores concentrados en el centro y con las colas comprendiendo muy pocos valores. Algunos ejemplos de este tipo de distribución se presentan a continuación.



La altura de una distribución normal se puede especificar matemáticamente en términos de dos parámetros: la media μ y la desviación estándar σ. En general, una distribución normal se caracteriza por las siguientes propiedades;

1) ***Simétrica y en forma de campana (Bell Shaped)***
2) ***El área bajo la curva es la misma e igual a la unidad [$\sum P(x) = 1$]***
3) ***En teoría la curva se extiende desde $+\infty$ hasta $-\infty$***
4) ***Cada distribución normal está definida por su μ y su σ, por lo tanto, existe un número infinito de distribuciones normales***

Fórmula matemática para la altura de una distribución normal

$$F(x) = 1/\sigma\sqrt{2\pi} \cdot e^{(X-\mu)^2/2\sigma^2}$$ ***(función de densidad probabilística)***

μ- media σ = desviación estándar π = 3.14159 (constante)
e- base logaritmos naturales (2.718282..)
X- variable aleatoria que puede tomar cualquier valor desde $+\infty$ hasta $-\infty$

F (x) será muy cercana a cero cuando x está a más de 3σ de μ (menos de -3 o mayor de +3)

La Distribución Normal Estándar

Es una distribución normal que tiene $\mu = 0$ y $\sigma = 1$. Cualquier distribución normal puede transformarse en una normal estándar por medio de la fórmula,

$$Z = (X - \mu)/\sigma$$

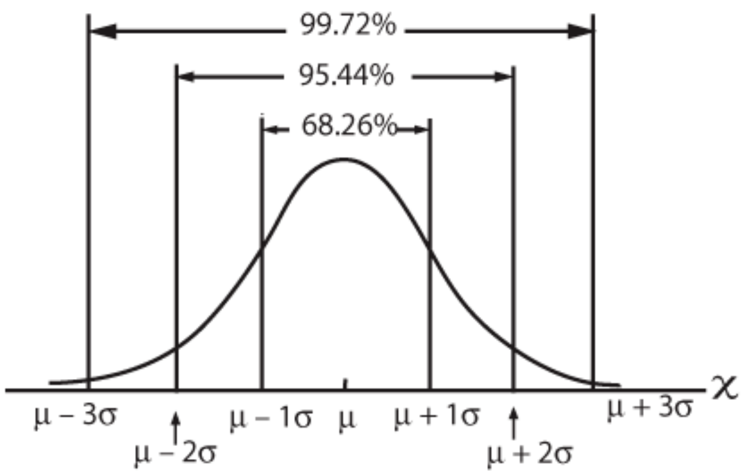
Donde X es un valor de la distribución normal original, μ es la media de esa distribución y σ la desviación estándar. Z se conoce a menudo como el valor estándar o el valor Z. Ese valor estándar refleja el # de desviaciones estándares que un valor particular X se encuentra de su media.
Por ejemplo, si un individuo obtiene una puntuación de 60 en una prueba y si $\mu = 40$ y $\sigma = 10$, entonces el valor Z será igual a 2.

$$Z = (60 - 40)/10 = 2$$

Ese valor de $Z=2$ significa que el valor original X estaba 2 estándar desviaciones por encima de su media (μ).

¿Por qué es tan importante la distribución normal estándar?

Porque la utilización de la fórmula $Z = (X - \mu)/\sigma$ siempre resulta en una distribución transformada con $\mu = 0$ y $\sigma = 1$. Sin embargo, la forma de la distribución no se afecta por la transformación.



Para una distribución normal estándar tenemos la relación siguiente: Aproximadamente 68% del área bajo la curva está a $\pm 1\sigma$, 95.4% del área bajo la curva está a $\pm 2\sigma$ y 99.7% del área bajo la curva está a $\pm 3\sigma$.

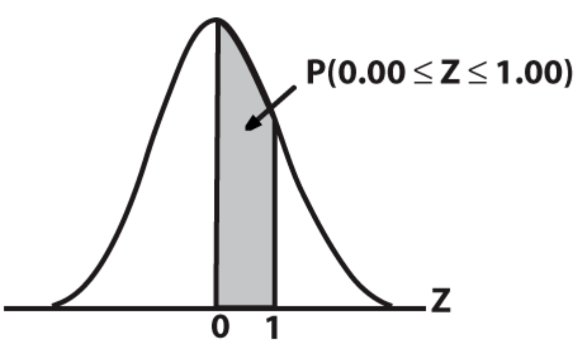
Importancia de la Distribución Normal

La importancia de la distribución normal es que muchas de las variables que se observan en el campo de las ciencias sociales tienen una distribución que es aproximadamente normal o acampanada.
Medidas de riesgos en finanzas, coeficiente de inteligencia, medidas de habilidad para leer, etc., tiene unas distribuciónes que se aproximan a la normal.
Otra razón para la importancia de la distribución normal es que la misma es muy fácil de trabajar estadísticamente. De hecho, muchos de los modelos que se discuten en el campo de los negocios asumen el supuesto de la normalidad en la distribución de los datos. Finalmente, cuando se conocen la media μ y la desviación □, es muy fácil convertir las unidades cualesquiera de unos datos (dólares, años, pulgadas, etc,.) en unidades Z (unidades estándares).

Tabla de la Curva Normal Estándar (Z)

Esta tabla sirve para determinar el área comprendida entre el centro de la distribución (μ) y un valor cualquiera X colocado a la derecha o izquierda del centro.
La determinación del área bajo la curva entre la ordenada máxima (Z=0) y un valor Z_i cualquiera es un proceso muy sencillo.

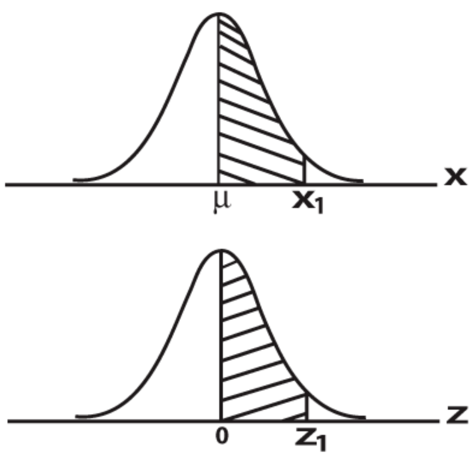
a) ir a la columna Z de la tabla (extremo izquierdo) y colocarse en el valor deseado Z = 1._ _ , Z = 2._ _ , etc.
b) ir horizontalmente a la columna deseada .00, .01, .02, ….., .09. En la intersección de la linea con la columna estará el valor procurado (una probabilidad). Ejemplo: $P(0.00 \leq Z \leq 1.00)$



Z	0.00	0.01	0.02 ……….
.			
.			
0.9	.3159	.3186	.3212
1.0	.3413	.3438	.3461
1.1	.3643	.3665	.3686
1.2	.3849	.3869	.3888
1.3	.4032	.4049	.4222

Casos de la Curva Normal

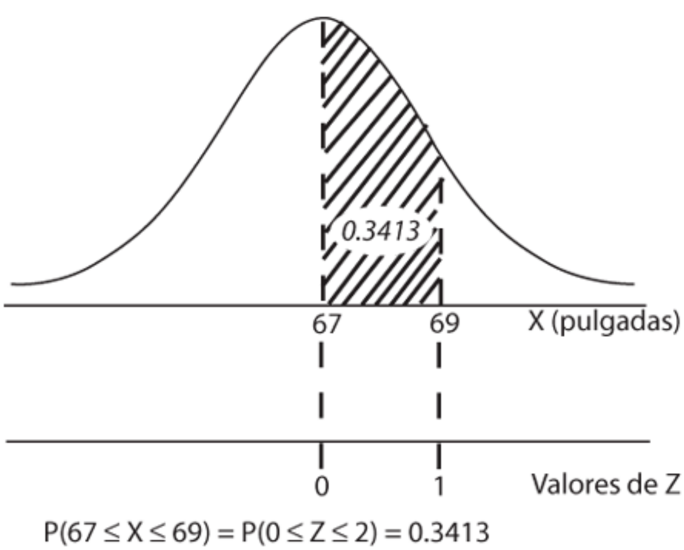
Dado un valor X podemos determinar el área o probabilidad entre ese valor y el centro de la distribución μ. Podemos identificar cuatro casos que abarcan todas las posibilidades de esta situación. En cualquiera de los cuatro casos, el proceso es bastante sencillo si conocemos las propiedades de la curva normal. Es importante comparar siempre la normal con sus valores observados con la curva normal estándar, de esta manera podremos visualizar en las gráficas el área de interés.



En las figuras que se presentan abajo,el área (probabilidad) entre μ y X_1 esequivalente al área entre 0 y Z_1. Por lotanto, podemos utilizar la tabla de lacurva normal estándar para obtenelaprobabilidad deseada. O sea,

$$P\ (\mu \leq X \leq\ X_1) = P\ (\ 0 \leq Z \leq Z_1)$$

Caso # 1. Area comprendida entre el centro y un valor a la derecha o la la izquierda del centro.



La altura en pulgadas de los miembros de equipo de baloncesto junior es n.d. con μ = 67 y □ = 2. ¿cuál es la probabilidad de que un jugador escogido al azar tenga una estatura entre 67 y 69 pulgadas?

Solución:

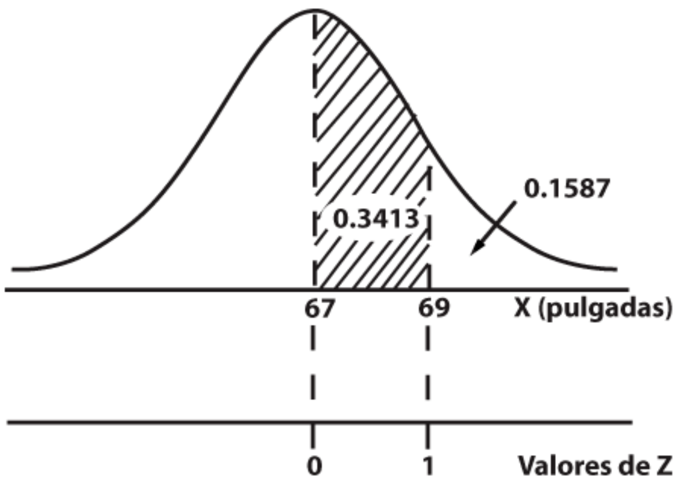
a) $(67 \leq X \leq 69) = P\ (\ 0 \leq Z \leq Z_1)$

b) $Z_1 =(\ 69 - 67\ )/\ 2 \quad Z_1 = 1$

c) $P\ (\ 0 \leq Z \leq 1.0) = .3413$ ***(Tabla Normal)***

Interpretación: La probabilidad de que un valor cualquiera tenga una altura entre 67 y 69 pulgadas es .3413. O sea, el 34.13% de los jugadores tienen una estatura entre 67 y 69.

Caso # 2. Area comprendida desde un valor y el final de la curva.



P(X > 69) = P(0 Z > 1) = 0.1587

Asuma los datos utilizados en el caso anterior . O sea, μ = 67 y σ = 2.¿cuál es la probabilidad de que la altura de un jugador es mayor de 69[P(X69)].

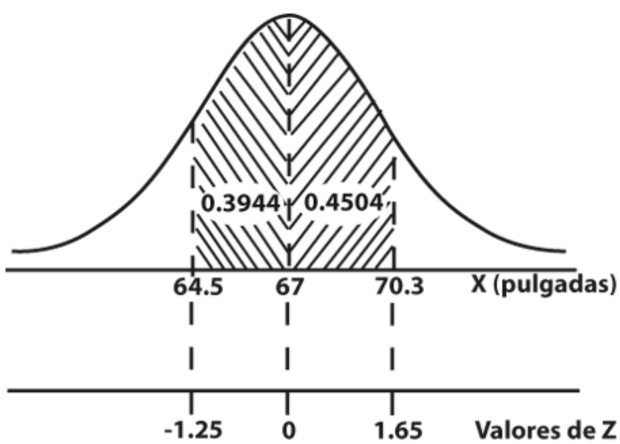
a) $P\ (X > 69) = P\ (Z > Z_1)$

b) $Z_1 = (\ 69 - 67\ )\ /\ 2 = 1.0$

c) $P\ (Z > Z_1) = .5000 - .3413 = .1587$

Osea, el 15.87% de los jugadores tienen una altura por encima de 69 pulgadas.

Caso # 3. Area comprendida entre dos valores X_1 y X_2 colocados uno a derecha y el otro a la izquierda del centro (μ).



P(64.5 ≤ X ≤ 70.3) = P(-1.25 ≤ Z ≤ 1.65) = 0.8449

Asuma los datos utilizados en el caso anterior . O sea, μ = 67 y σ = 2.¿cuál es la probabilidad de que la altura de un jugador esté comprendida entre 70.3 y 64.5 pulgadas?

a) $P\ (X_1 \leq X \leq X_2) = P\ (\ Z_1 \leq Z \leq Z_2\ )$

b) $P(Z_1 \leq Z \leq Z_2) = P(-Z_1 \leq Z \leq 0) + P(0Z \leq Z_2)$

c) $Z_1 = (\ 64.5 - 67)\ /\ 2 = -\ 1.25$

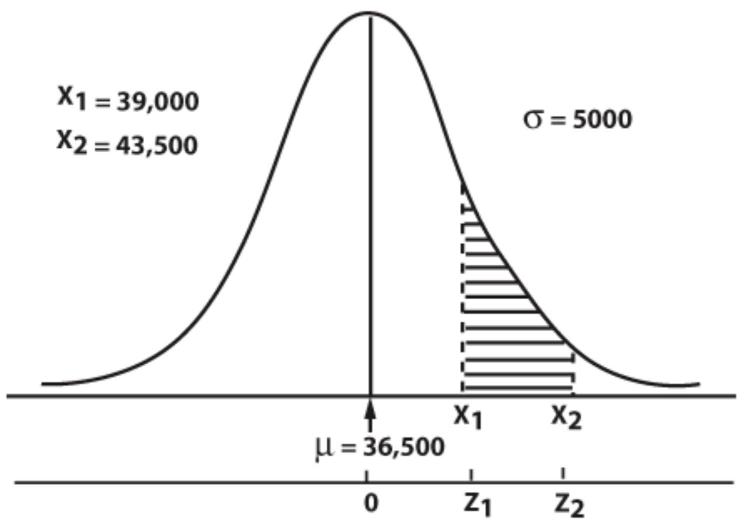
$Z_2 = (\ 70.3 - 67\ )\ /\ 2 = 1.65$

$P(-Z_1 \leq Z \leq 0) = .3944$, $P(0 \leq Z \leq Z_2) = .4505$

$P\ (\ Z_1 \leq Z \leq Z_2\ ) = .8449$

Caso # 4. Area comprendida entre dos valores X_1 y X_2 colocados del mismo lado del centro (μ).

La vida media útil de los neumáticos producidos por una firma es de 36,500 millas con una desviación estándar de 5,000 millas. Asumiendo que la variable millas de duración es n.d., ¿cuál es la probabilidad de que un neumático seleccionado de la producción en un día cualquiera tenga una duración entre 39,000 y 43,500 millas?



Solución:

a) $P(X_1 \leq X \leq X_2) = P(\mu \leq X \leq X_2) - P(\mu \leq X \leq X_1)$

b) $P(Z_1 \leq Z \leq Z_2) = P(0 \leq Z \leq Z_2) - P(0 \leq Z \leq Z_1)$

c) $Z_1 = (39{,}000 - 36{,}500) / 5{,}000 = .5$

d) $Z_2 = (43{,}500 - 36{,}500) / 5{,}000 = 1.4$

$P(0 \leq Z \leq Z_2) = .4192$ y $P(0 \leq Z \leq Z_1) = .1915$

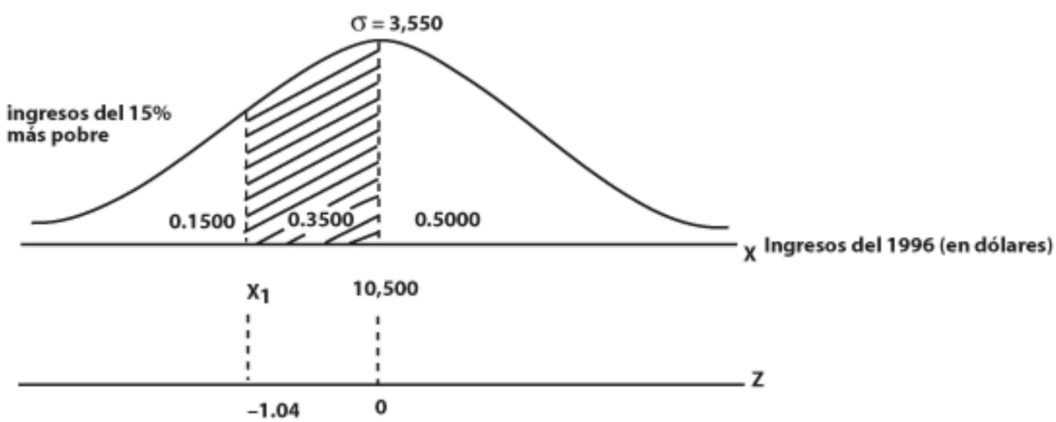
$P(0 \leq Z \leq Z_2) - P(0 \leq Z \leq Z_1) = .4192 - .1915 = .2277$

APLICACIONES DE LA CURVA NORMAL: Dada un área o una probabilidad hallar un valor : X , μ o σ.

En muchas ocasiones deseamos calcular un valor X, μ, σ en lugar de una probabilidad. En éste caso el problema consiste en identificar el área conocida para obtener la ordenada Z correspondiente y luego mediante la fórmula de estandarización obtenemos el valor deseado.

Ilustración.

Suponga que el gobierno de Puerto Rico desarrolla un programa de ayuda económica a las familias de bajos ingresos. El programa consiste en un pago monetário suplementario al 15% de las familias que tengan ingresos muy bajos. Si en el año 1996 el ingreso medio μ de las familias era de \$ 10,500 con una desviación estándar σ de \$3,550, ¿cuál debe ser el ingreso familiar X para cualificar para la ayuda?



a) $P (X_1 \leq X \leq \mu) = P (Z_1 \leq Z \leq 0) = .3500 \Rightarrow Z_1 = -1.04$

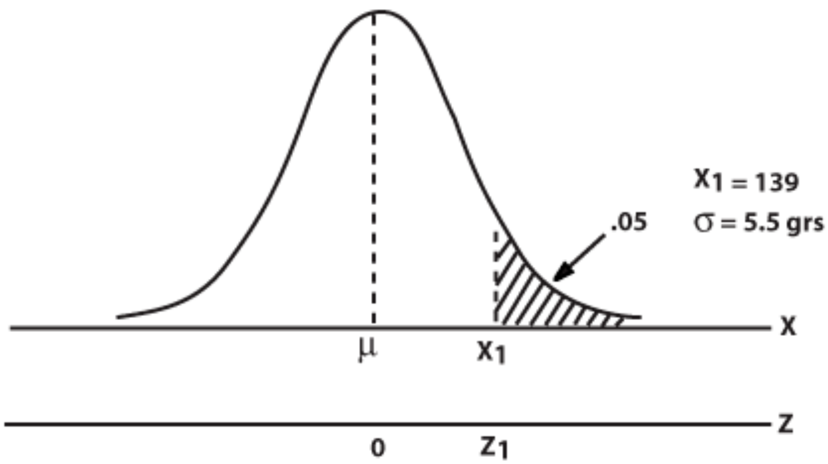
b) $-1.04 = (X_1 - 10{,}500) / 3{,}550$

$-1.04 (3{,}550) = X_1 - 10{,}500 \qquad -3{,}692 + 10{,}500 = X_1$

$X_1 = 6{,}808$

Ilustración 2.

En una firma de alimentos se envasa café instantáneo en frascos cuyos pesos netos son normalmente distribuidos con una desviación estándar σ = 5.5 gramos. Si solamente el 5% de los frascos tiene un peso mayor de 139 gramos, ¿cuál debe ser el peso medio de los frascos μ?



Solución.

a) ***aproximadamente .45 delos frascos pesan entre μ y 139 grs., o sea, $P(\mu \leq X \leq X_1) = .5000 - .05 = .4500 \Rightarrow Z_1 = 1.645$***

b) $Z_1 = (139 - \mu) / 5.5$

$1.645\,(5.5) + \mu = 139$

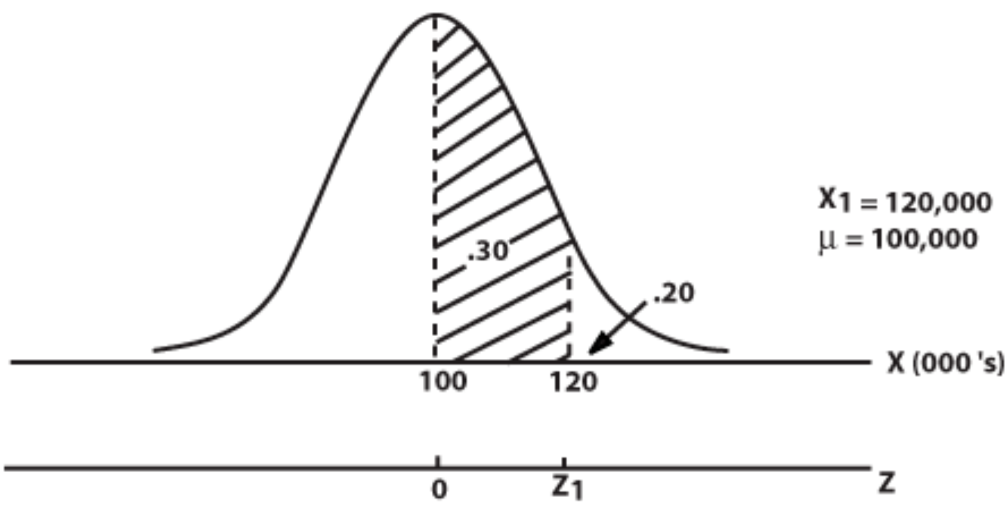
$9.0475 + \mu = 139 \Rightarrow \mu = 139 - 9.0475$

$\mu = 129.9525$ ***gramos***

Ilustración 3.

Una empresa que publica revistas de la farándula desea publicar una edición especial de fin de año. El gerente de la firma estima que la media (μ) de la ventas es una variable normalmente distribuida con μ=100,000 ejemplares por mes. Si además, el estima que existe una probabilidad de .20 de vender más de 120,000 ejemplares al mes, ¿cuál es la desviación estándar σ de la distribución?

Solución.



a) $P(X > 120{,}000) = P(Z > Z_1) = .2000$

b) $P(0 \leq Z \leq Z_1) = .5000 - .2000 = .3000$

$Z_1 = .84$

c) $Z_1 = (120{,}000 - 100{,}000) / \sigma$ □ $\sigma = 20{,}000 / .84$

$\sigma = 23{,}810$

EJERCICIOS.

1. ***Determinar el área o probabilidad debajo de la curva normal estándar para los siguientes valores z.***

   a. *entre $z = 0$ y $z = 2.25$*
   b. *entre $z = 0$ y $z = 3.00$*
   c. *entre $z = -1$ y $z = 0$*
   d. *entre $z = -.55$ y $z = 0$*

2. ***Determinar las probabilidades para los valores estándares z dados a continuación.***

   a. $P(-1.05 \leq z \leq 1.0)$
   b. $P(-2.0 \leq z \leq 2.0)$
   c. $P(-.5 \leq z \leq 1.45)$
   d. $P(z \geq 2.0)$
   e. $P(z > 2.0)$

3. ***Determinar el valor para la variable normal estándar z_0 de manera que,***

   a. $P(z \geq z_0) = .045$
   b. $P(z \geq z_0) = .10$
   c. $P(z \leq z_0) = .025$
   d. $P(z \geq z_0) = .50$

4. ***La edad media de las mujeres ejecutivas de una empresa es n.d con $\mu = 55$ años y $\sigma = 8$ años. Se selecciona una de las ejecutiva al azar para representar la empresa en una convención nacional,***

   a. *determinar la probabilidad de que su edad esté comprendida entre 55 y 61 años*
   b. *determinar la probabilidad de que su edad esté comprendida entre 49 y 53 años*
   c. *determinar la probabilidad de que su edad sea menor de 45 años*
   d. *determinar la probabilidad de que su edad esté comprendida entre 57 y 62 años*

5. El profesor de estadística está preocupado por el número reducido de estudiantes que obtienen una nota de A en el curso. El desea de establecer una nota mínima de manera que el 20% de los que toman el curso obtengan una calificación de A. Si las notas se asumen son n.d con una media $\mu = 70$ y una desviación $\sigma = 15$,

   a. ¿cuál debe ser la nota mínima establecida para obtener una A?
   b. Si en el curso actual hay registrados 98 estudiantes, ¿cuál es la probabilidad de que cualquiera de ellos obtenga una A en el curso?

6. La empresa de relojes ABC fábrica afirma que solamente 1% de los relojes fabricados están desviado de la hora media a ± .0048 segundos de la media. ¿cuál es la desviación estándar). Asuma que la hora es una variable n.d.

7. Los aviones de la empresa “Criolla Airline” tienen un promedio de retraso de 1.5 horas semanal con una desviación estándar de .35 horas. Asumiendo que el tiempo de retraso es una variable n.d, ¿cuál es la probabilidad de que en una semana cualquiera escogida al azar, el tiempo de retraso sea,

   a. menor de .55 horas?
   b. entre 1.30 y 2.0 horas?
   c. mayor de 3.0 horas?

7. Una empresa de artículos al detal tiene unos costos operacionales de luz, agua y teléfono de $ 4,100 mensuales con una desviación estándar de $ 880 mensuales. El gerente de la empresa desea reducir esos costos por debajo de $ 3,000 mensuales.Asumiendo que la distribución de los costos es una variable n.d,
   ¿cuál es la probabilidad de que eso ocurra?

8. Los vendedores de una tienda por catálogo completan una orden en un tiempo medio de 10 minutos con una desviación estándar de 2.75 minutos.Asuma que la distribución del tiempo es una variable n.d.,

¿cuál debe ser el tiempo máximo de modo que solo el 2.5% de las ordenes se completen en ese tiempo?

9. Los estudiantes que aplican a la escuela graduada de Administración de Empresas de una comunidad obtienen en la prueba de aptitud, una media de 775 con una desviación estándar de 140. La escuela graduada de la comunidad ofrece becas solamente a los que obtienen notas en el 10% superior de los que aplican. Juan Doc obtuvo una nota de 965 en su prueba, asumiendo que la nota es una variable n.d,
¿recibirá John Doc una beca? Explique a la luz de los resultados.

10. Un estudio reciente demostró que 20% o más de los consumidores gastan en gasolina $ 140 semanales con una desviación estándar de $ 19. Si el gasto en gasolina es una variable n.d,
¿cuál es el gasto medio en gasolina de los consumidores?

11. Una inversión tiene un rendimiento negativo con □ = 12% y □ = 6%
   a. ¿cuál es la probabilidad de perder dinero en esta inversión?
   b. si ahora la desviación estándar es 12%, ¿cuál es la probabilidad de perder dinero en la inversión?
   c. Explique su repuesta en la parte (b) a la luz de la desviación estándar.

12. Una concensionario vende periódicos cuya demanda es una variable n.d., con □ = 300 y □ = 50. ¿que cantidad se deben vender para no quedarse sin periódicos en más del 12% de los días?

13. La asociación de estudiantes inteligentes "Los Genios" requiere que solamente los que tienen un IQ'en el 1.5 % superior pertenecerán a la sociedad. Si la media de los IQ's es de 100 y un estudiante cualquiera obtiene un IQ's de 132.8, ¿cuál es la desviación estándar □?
Asuma la distribución de los IQ's es una variable n.d.

14. Las notas del curso de estadística mco 250 son n.d., con □ = 73 □ = 13. El profesor del curso tiene que convertir todas las notas en letras A, B, C, D y F. Si el profesor establece que 8% de las notas serán A, 32% serán B, 40% serán C, 15% serán D y 5% SERÁN F, ¿cuál es la nota que corresponde a cada letra?